

第五章 生产理论与生产函数



管理學院
SUN YAT-SEN BUSINESS SCHOOL
SYSBS

毛蕴诗 教授
中山大学管理学院



5.1 生产过程与生产函数

5.2 理论分析



5.1 生产过程与生产函数

5.2 理论分析

5.1 生产过程与生产函数



5.1.1 生产过程

生产过程概念

- ✓ 在某段时期把各种资源投入转化为产出的一系列活动。

决定生产过程中投入产出关系的因素

- ✓ 所采用的技术；
- ✓ 投入量的多少；
- ✓ 投入量的组合（或资源的配置）。

		X ₁ 投入量				
		1	3	5	7	9
X ₂ 投入量	1	10	12	14	16	16
	3	14	36	40	44	48
	5	22	52	60	64	68
	7	28	64	78	84	88
	9	32	72	90	100	108



不同投入（量）组合的产出量

5.1 生产过程与生产函数



5.1.1 生产过程

• 简单生产过程与复杂生产过程

简单生产过程	复杂生产过程
生产过程所涉及时期较短 生产所需的某些资源投入是固定不变的 生产过程的技术状况一定	所涉时期较长 所有资源投入均可变 技术状况也是不断变化的

注：固定投入与可变投入

- ✓ 固定投入：生产中所使用的某些资源，它们的数量在该生产期内不可能因生产组织者的愿望而改变；
- ✓ 可变投入：生产中所使用的某些资源，其使用的数量很容易因提高和降低产量的愿望而改变。

短期与长期

- ✓ 短期：（生产组织者）不可能改变固定投入的数量，然而却足以允许可变投入的数量发生变化；
- ✓ 长期：所有的投入数量都是变化的，不存在固定不变的投入，甚至生产所采用的技术也是可变的。

不变的技术状况与发展的技术状况

5.1 生产过程与生产函数



5.1.2 生产函数与分类

• 生产函数

又称收益函数，反映生产过程中生产要素的投入与产出之间的实物关系的数学模型。

• 生产函数分类与一般形式

短/长期

短期生产函数： $Q=f(X_1, X_2, \dots, X_n)$

长期生产函数： $Q=f(X_1, X_2, \dots, X_n, Z_1, Z_2, \dots, Z_m, A_t)$

生产函数具有如右形式： $Q=f(L, K, N)$

理论/经验

✓ 理论生产函数：对许多具体（经验）生产函数的概括，是经济学家根据若干假定提出的某种函数形式

✓ 经验生产函数式：理论生产函数的具体化。是理论生产函数与具体的生产过程的历史数据配适的结果。

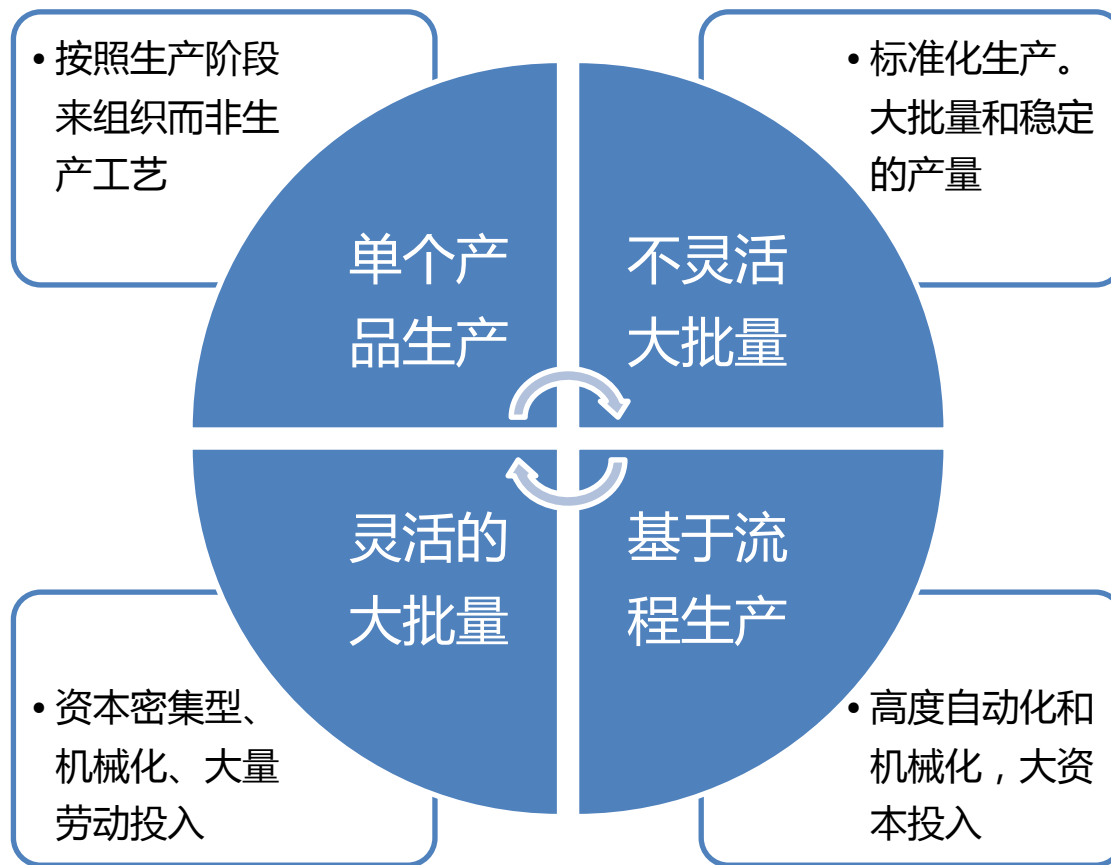
离散型/连续型

离散型生产函数：按表格形式所表示的投入与产出之间的量的关系；
连续性生产函数：采用变量和参数来表示。

5.1 生产过程与生产函数



5.1.3 生产活动的基本类型及其特点





5.1 生产过程与生产函数

5.2 理论分析



5.2 理论分析

5.2.1 典型的生产函数与生产的三个阶段

• 现实经济生活中概略的投入产出关系

✓ 典型的生产函数与生产的三个不同阶段

(1) 典型的生产函数的三个不同阶段

$$Q=aX+bX^2+cX^3$$

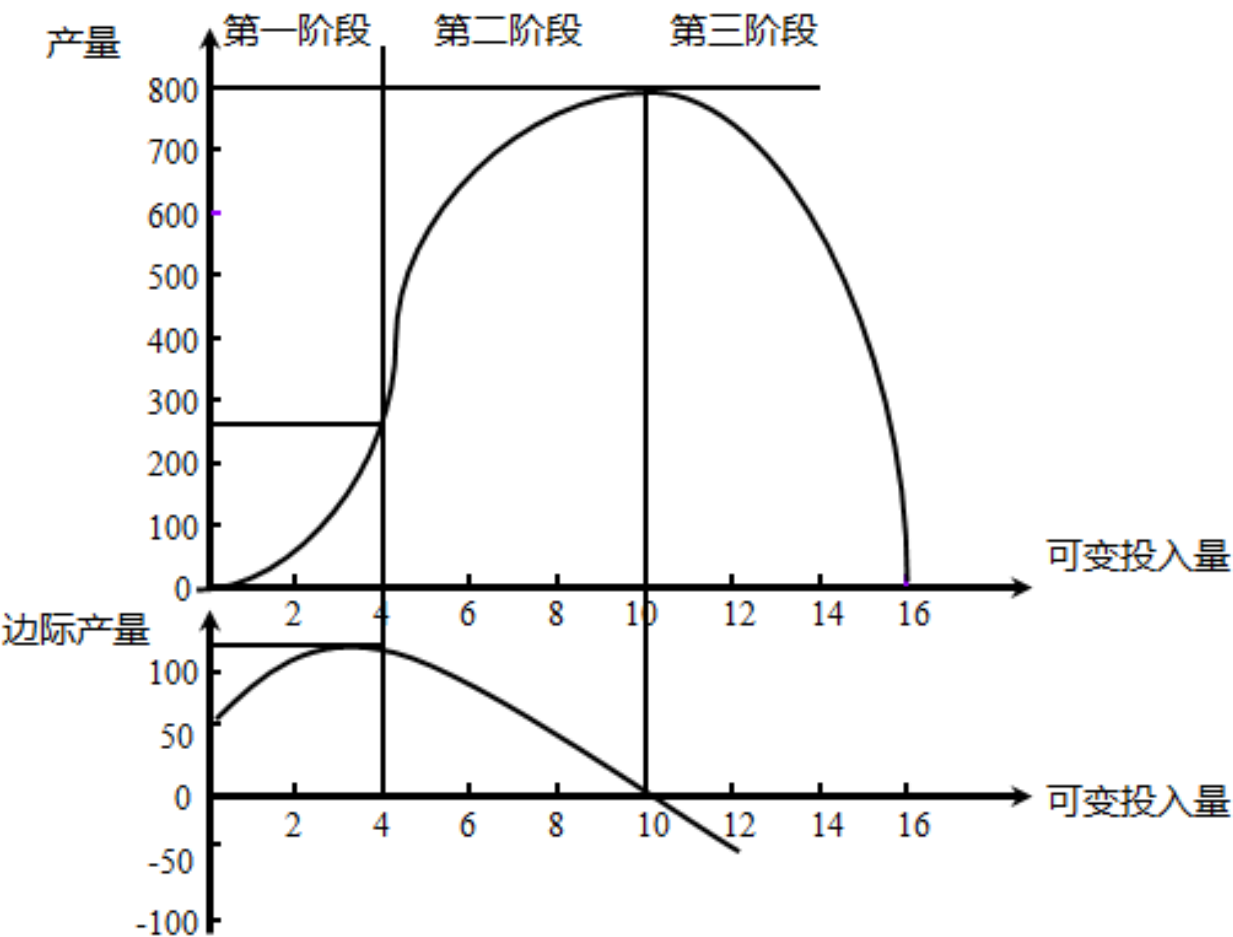
式中，X表示投入，Q表示产出。

5.2 理论分析



5.2.1 典型的生产函数与生产的三个阶段

• 典型的生产函数与生产的三个阶段



- ✓ 生产的各种投入之间存在着量的制约关系；
- ✓ 一定量的某些投入只能适合和容纳一定数量范围的另一一些投入；
- ✓ 超过一定的范围，投入量之间的比例就严重失调，经济效果就很差；
- ✓ 即使在合理范围内，不同量的各种投入组织也有可能有着不同的收益效果。

5.2 理论分析



5.2.1 典型的生产函数与生产的三个阶段

• 典型的生产函数与生产的三个不同阶段

	函数特性	图形特性	收益特性
生产的第一阶段	$dQ/dX > 0$ $d^2Q/dX^2 > 0$	上凹	投入越多，产出越多，且产出的增加速度比投入增加的速度快，边际产出呈上升趋势
拐点	$d^2Q/dX^2 = 0$		边际产出上升与下降之间的转折点
生产的第二阶段	$dQ/dX > 0$ $d^2Q/dX^2 < 0$	上凸	投入越多，产出越多，但产出增加速度比投入的增加速度慢并越来越慢，边际产出呈下降趋势
极值点	$dQ/dX = 0$	曲线的顶点	最大的产出量
生产的第三阶段	$dQ/dX < 0$	上凸	投入越多，产出反而越少，边际产出为负



5.2 理论分析

5.2.1 典型的生产函数与生产的三个阶段

• 典型的生产函数与生产的三个阶段：结论

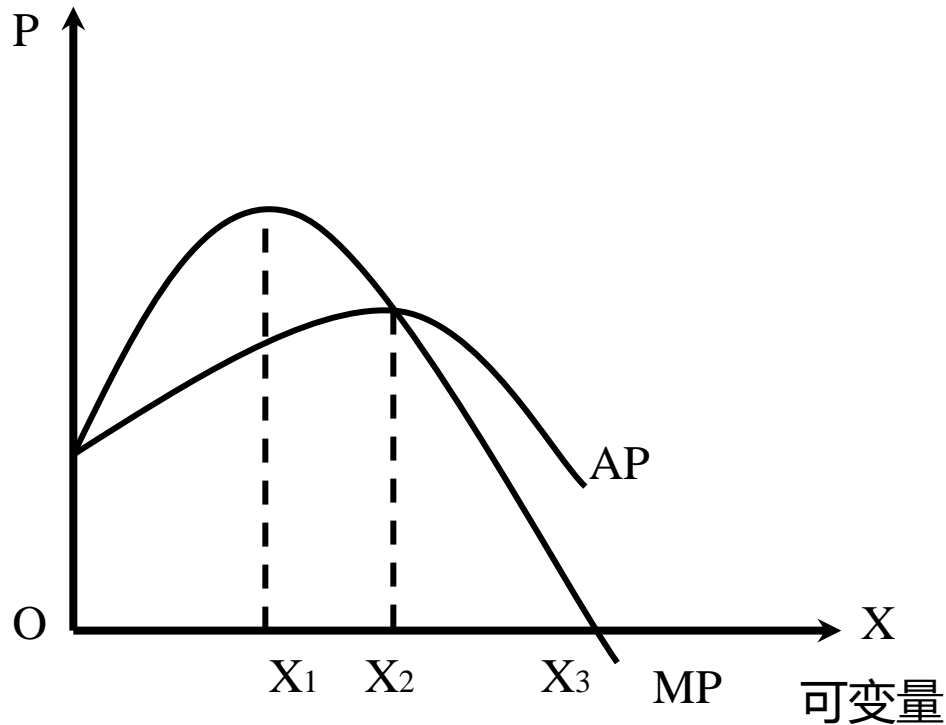
- ✓ 生产的第三阶段是效果最差的阶段；
- ✓ 在生产的第一阶段，产出增加的速度比投入增加的速度快，说明由于可变投入太少，对于固定投入的利用还远不够充分。因此，生产的第一阶段并不是最优的。
- ✓ 在生产第二阶段，随着可变投入的增加，固定投入逐渐得到充分利用，达到最大产出量，第二阶段是最优的。

5.2 理论分析



5.2.1 典型的生产函数与生产的三个阶段

• 生产阶段的另一划分方式



平均产量与边际产量

投入不断增加会造成产量（收益）递增

- ✓ 边际产量递减；
- ✓ 平均产量递减；
- ✓ 总产量递减。

- ✓ 第一阶段总产量与平均产量递增；
- ✓ 第二阶段总产量仍是递增的。

- ✓ 生产阶段的不同收益特性可称为可变比例收益；
- ✓ 收益递减只是对于投入不断增加的产出趋势而言的。

5.2 理论分析

5.2.1 典型的生产函数与生产的三个阶段

• 收益递减与产出弹性

按照定义，某一投入的产出弹性为： ε = 产出改变的百分比/投入改变的百分比

用数学符号表示则为： $\varepsilon = (\Delta Q/Q) / (\Delta X/X) = (\Delta Q/X) \times (X/Q)$
= 边际产出/平均产出

• 典型生产函数的经验证据

天津水稻研究所施肥量与水稻产量的实验结果

肥料施用量 (斤/亩)	每次递增肥料 (斤)	水稻产量 (斤/亩)	每次递增肥料而 增减产数(斤/亩)	每斤肥料增产 (斤)
11	—	366.7	—	—
22	11	529.5	+162.8	+14.8
44	22	876.2	+346.7	+15.8
66	22	987.7	+111.5	+5.1
88	22	974.2	-13.5	-0.6

5.2 理论分析



5.2.2 规模收益概念

• 规模收益及其经济含义

规模经济：衡量投入与产出之间的量的关系的一种标准。设生产函数形式为：

$$Q=f(L,K)$$

如果投入L，K分别在原来的基础上同时扩大 λ 倍（ $\lambda>1$ ），即新的投入量为 λL ， λk ，而新的产出量相应扩大 λ' 倍，记为：

$$f(\lambda L, \lambda K)=\lambda'Q$$

定义：

- ✓ 如果 $\lambda=\lambda'$ ，则称生产过程的规模收益不变；
- ✓ 如果 $\lambda>\lambda'$ ，则称生产过程的规模收益递减；
- ✓ 如果 $\lambda<\lambda'$ ，则称生产过程的规模收益递增。

✓ 规模收益不变的经济含义

如果生产过程的产出要增加一倍，则所需要的投入也要并要增加一倍

$$f(\lambda L, \lambda K)=\lambda L+\lambda K=\lambda(L+K)=\lambda Q$$

✓ 规模收益递减的经济含义

$$Q=L^{1/2}+K^{1/2}$$

✓ 规模收益递增的经济含义

$$Q=L^2+K^2$$



5.2 理论分析

5.2.2 规模收益概念

• 可变比例收益率与规模收益的区别

可变比例收益率：考察其他投入不变时，某一投入增加所带来的收益情况。

- ✓ 产出按递增的速度增加；
 - ✓ 产出按不变的速度增加；
 - ✓ 产出按递减的速度增加。
 - ✓ 当产出的增加比例大于、等于、小于某投入的增加比例时，就分别是收益递增、不变、递减。
-
- ✓ 规模收益可分为（规模）收益递增、不变、递减；
 - ✓ 规模收益中考虑所有投入均按同等比例变化，而不是某些投入不变，另一投入变化；
 - ✓ 规模收益涉及的生产函数都是齐次的。

5.2 理论分析



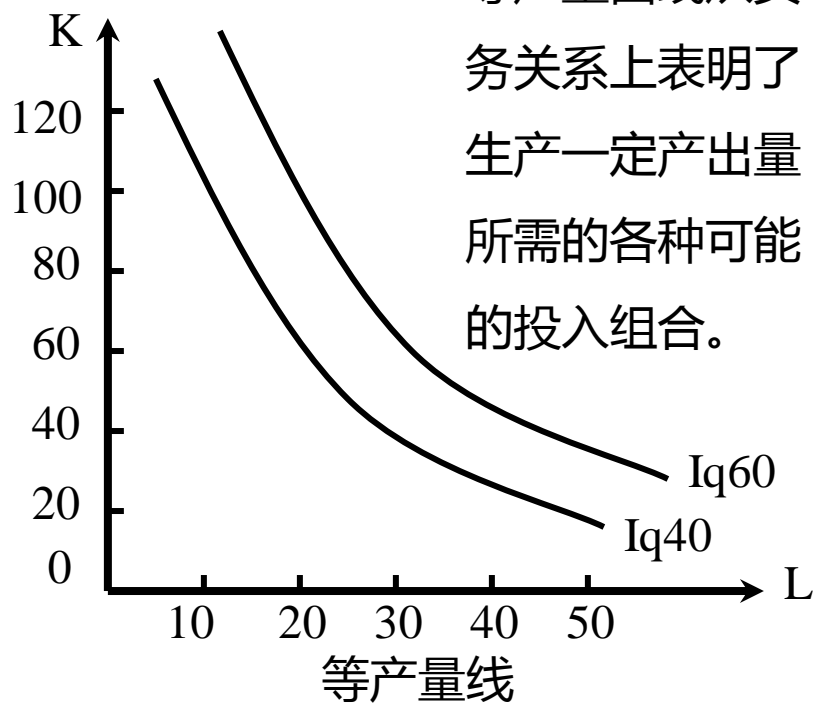
5.2.3 等产量线与投入间的替代效果

• 等产量曲线

等产量曲线是从函数 $Q=f(X,Y)$ 导出的。它是通过将能够生产出同一产出量的投入 X,Y 的所有组合连接在一起而得到的。

组合	投入L	投入K	L替代K
A	10	120	
B	20	80	4 : 1
C	30	50	3 : 1
D	40	30	2 : 1
E	50	20	1 : 1

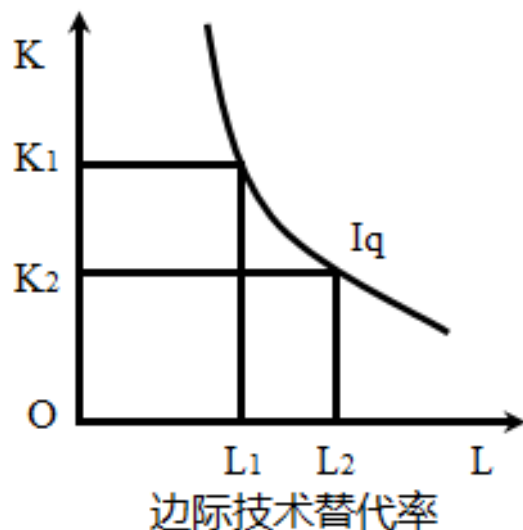
产量为40时的投入组合



5.2 理论分析

5.2.3 等产量线与投入间的替代效果

• 生产投入之间的替代



边际技术替代率的递减特性

- ✓ 投入X对Y的边际技术替代率随X对Y的相对增加而递减；
- ✓ 随着投入X的增加、投入Y的减少，X的边际产出率将减小，Y的边际产出率会增加，越来越少的Y被用于替代每单位的投入X以维持同一产量水平

投入L对K的边际技术替代率（**MRTS**）是指产出量保持不变的条件下，可以被1单位的投入L替代的投入K的数量（单位）。

L对K的边际技术替代率的数学表示为： $MRTS = \Delta K / \Delta L$

几何意义：它是相应的等产量曲线的某点切线斜率。

5.2 理论分析

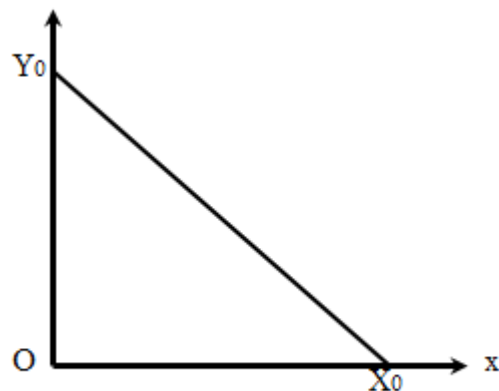


5.2.3 等产量线与投入间的替代效果

投入之间的替代弹性

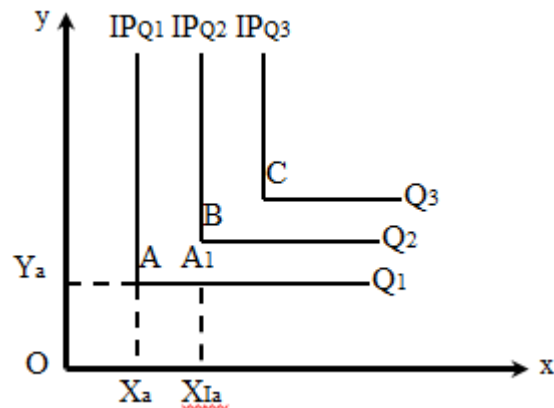
- ✓ 在总产量不变的情况下，一种投入可为另一种投入替代的程度；
- ✓ 当某投入难以为另一投入替代时，两种投入比的较小变化会引致其边际替代率的很大变化。
- ✓ 如某投入易为另一投入替代时，两种投入比的较小变化不会引致其边际替代率的很大变化。

投入的完全替代



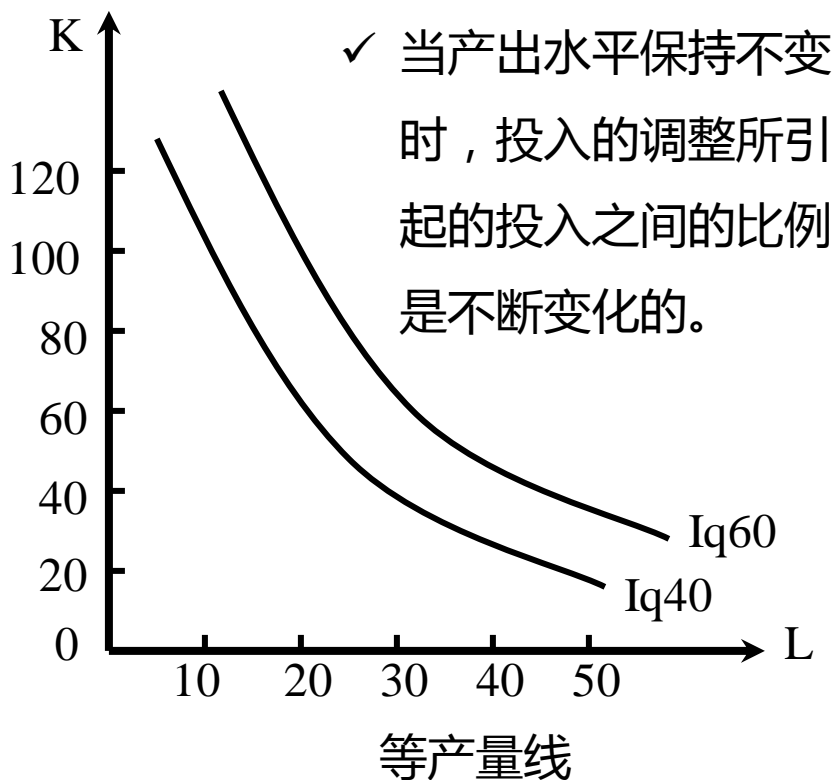
直线型等产量线

投入的不可替代



5.2.3 等产量线与投入间的替代效果

投入的不完全替代



•等产量曲线的性质

- ✓ **从左到右向下倾斜**：如果投入L增加或减少，投入K就必须减少或增加，以保持同样的产出水平；
- ✓ **凸向原点**：随着投入X的增加和投入Y的减少，X为Y所替代的边际比率下降，或者说，这种凸向原点的特性反映了递减的边际技术替代率；
- ✓ **不相交性**：从逻辑上讲，两条等产量线相交是矛盾的。

5.2.3 等产量线与投入间的替代效果

• 生产的经济区域与不经济区域

- ✓ 边际技术替代率与边际产出的关系：等产量线的边际技术替代率MRTS等于劳动L与资产K的边际产量之比值的负数。在数学上可记为：

$$MRTS_{LK} = \Delta K / \Delta L = -MP_L / MP_K$$

设在等产量线上，投入由 (L_1, K_1) 变到 (L_2, K_2) ，这时，因投入L的变动造成的产量变动应为： $\Delta Q_L = MP_L (L_2 - L_1) = MP_L \Delta L$

因投入K的变动所造成的产量变动应： $\Delta Q_K = MP_K (K_2 - K_1) = MP_K \Delta K$

由于 (L_1, K_1) ， (L_2, K_2) 均在等产量线上，因劳动投入的变动造成的产量变动应与因资本投入造成的产量变动相互抵消，所以有： $\Delta Q_L + \Delta Q_K = 0$

即 $MP_L \Delta L + MP_K \Delta K = 0$ ，即 $MP_L \Delta L = -MP_K \Delta K$ 。化为 $-\Delta K / \Delta L = MP_L / MP_K$

5.2 理论分析

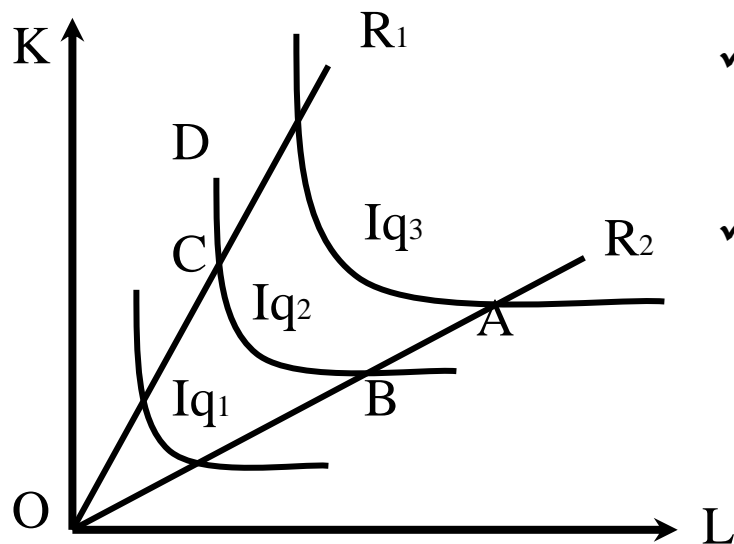
5.2.3 等产量线与投入间的替代效果

• 生产的经济区域与不经济区域

边际产量与MRTS之间的关系可考虑以下三种情况：

- ✓ $MP_L > 0, MP_K > 0$ 则 $MRTS < 0$ (等产量线斜率 < 0)
- ✓ $MP_L > 0, MP_K < 0$ 则 $MRTS > 0$ (等产量线斜率 > 0)
- ✓ $MP_L < 0, MP_K < 0$ 则 $MRTS > 0$ (等产量线斜率 > 0)

• 脊线



- ✓ 等产量线在与脊线 OR_1 , OR_2 的交点处的斜率为0或不存在。
- ✓ 脊线所围成的区域就是合理的生产活动应遵从的范围。该范围即为生产的经济区域，其内等产量线的斜率为负。该范围之外为生产的非经济区域，其内等产量线的斜率为正。

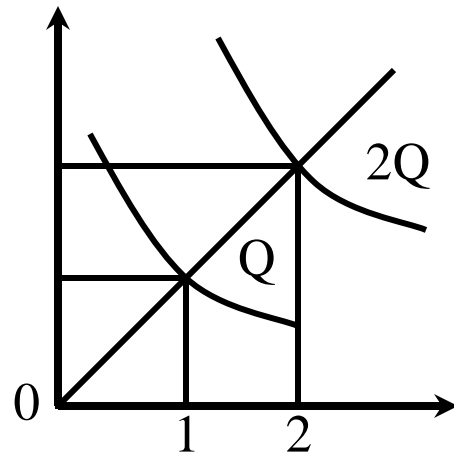
5.2 理论分析



5.2.3 等产量线与投入间的替代效果

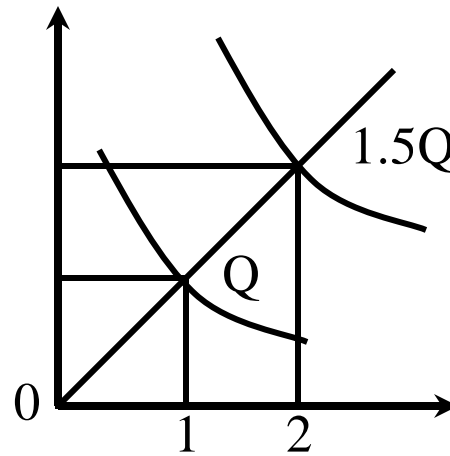
• 等产量曲线与规模收益

规模收益不变



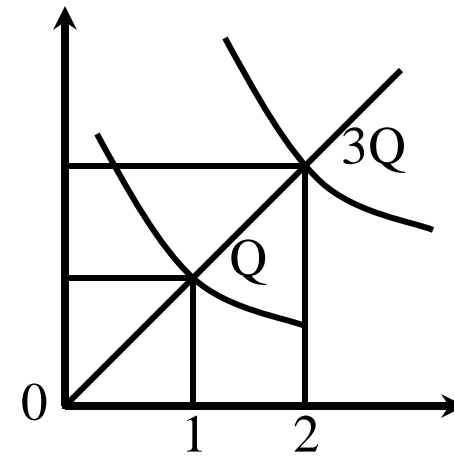
(a)

规模收益递减



(b)

规模收益递增

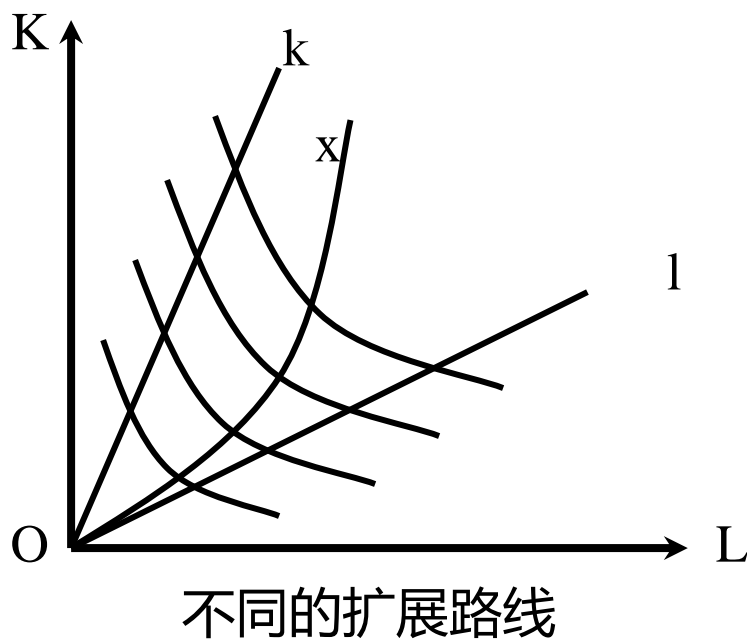


(c)

5.2 理论分析

5.2.3 等产量线与投入间的替代效果

• 生产活动扩展路线



- ✓ 在长期中，劳动与资本的投入是不断增加的，目的在于获得产出的增加；
- ✓ 每次产出变动和相应的投入组合变动，即不同等产量线上的点就构成了企业扩展的路线。

感谢聆听·欢迎交流



管理学院
SUN YAT-SEN BUSINESS SCHOOL
SYSBS

毛蕴诗 教授
中山大学管理学院